

# FIR–suodinpankit\*

Lähteet: Zölzer. "Digital audio signal processing". Wiley & Sons.

Saramäki. "Multirate signal processing". TTKK:n kurssi 80558.

\*) Aihealue on erittäin laaja. Esitys tässä on tarkoituksellisesti suppea, keskittyen vain tärkeimpiin audiosignaalinkäsittelyssä vastaan tuleviin ideoihin ja periaatteisiin.



## Sisältö:

- Johdanto
- Kriittinen näytteistys, puolikaistasuodin
- QMF-suodinpankki, prototyyppisuodatin
- Laskostumisvirheen välttäminen, modifioitu pankki
- Täydellinen rekonstruktio, komplementtisuodattimet
- MCF-suodinpankki

## 1 Johdanto

- FIR-suodattimien vaste voidaan hallita IIR:iä tiukemmin
  - FIR:n heikkous: tietyn taajuusvasteen toteuttaminen vaatii suuremman määrän suodinkertoimia, eli laskentaa suodatettaessa
- Yksittäisten FIR-suodatinten suunnittelu ohitetaan tällä kurssilla, koska asiaa on käsitelty "Johdatus signaalinkäsittelyyn 1":llä
- Kaikki mainitulla kurssilla esitetyt menetelmät FIR:n suunnitteluun taajuustasossa sopivat myös äänisignaalien suodattamiseen
  - Remez-menetelmä
  - ikkunamenetelmä
  - käänteisen Fourier-muunnoksen menetelmä

## Johdanto

### FIR-suodinpankit 3

DA / Klapuri

## 1.1 FIR-suodatinpankkien sovelluksia

- Suodinpankkeja käytetään mm. seuraavissa yhteyksissä:
  - kuulon malleihin perustuvassa koodauksessa
  - monikaistaisissa vastekorjaimissa
  - monikaistaisessa dynamiikan hallinnassa
  - monikaistaisessa tilaprosessoinnissa (kaiunnan simuloinnissa)
  - konekuulossa ja äänen sisällön analyysissä
- Ihmisen kuulojärjestelmä tekee taajuusanalyysiä
  - kriittiset kaistat kuulossa, sisäkorvan rakenne
  - tästä syystä monissa äänenkäsittelyn sovelluksissa törmätään suodatinpankkeihin

## Johdanto

### FIR-suodinpankit 4

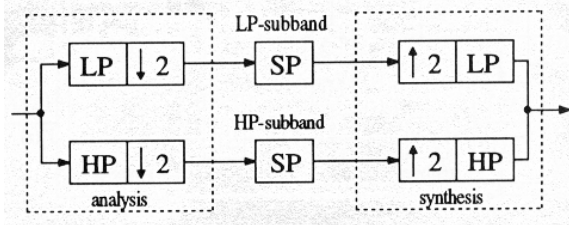
DA / Klapuri

## 1.2 FIR-pankit audiokoodauksessa

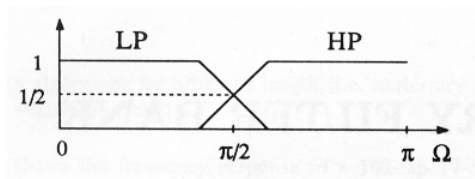
- Kuulon malleihin perustuvassa audiokoodauksessa signaali prosessoidaan alikaistoilla
  - näin voidaan hyödyntää taajuuspeittoilmiötä ihmiskuulossa
  - tarvitaan suodinpankki, eli joukko suodattimia, jotka poimivat vierekkäisiä kapeita kaistoja, joilla koko taajuusalue katetaan
- Koodauksessa käytetyt pankit koostuvat
  - analyysipankista, joka hajottaa signaalin alikaistoihin
  - synteesipankista, joka rekonstruoii laajakaistaisen signaalin ulostuloon
- Yleensä audiokoodauksessa käytetään ns. kriittisesti näytteistettyjä, täydellisen rekonstruktion pankkeja
  - *kriittinen näytteistys*: jos pankki jakaa taajuusalueen 32:een kaistaan, kullakin kaistalla näytteistystaajuus pudotetaan 1/32:een  
→ datamäärä ei kasva kaistoihin jaossa (aiheesta lisää seuraavilla sivuilla)
  - *täydellinen rekonstruktio*: mikäli alikaistoilla ei tehdä prosessointia, signaali voidaan synteesipankilla rekonstruoida virheettömänä

## 2 Kriittinen näytteistys 2:lla alikaistalla

- Kuva: lohkokaavio kahteen alikaistaan jakavasta, kriittisesti näytteistetystä analyysi-synteesi pankista



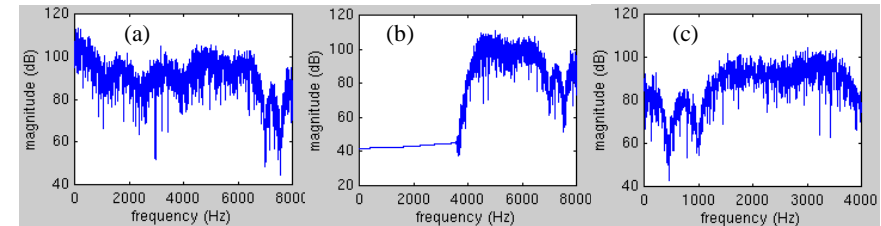
- Kuva: Kaistoihin jakavien suotimien magnitudivasteet



## Kriittinen näytteistys 2:lla alikaistalla

### 2.1 Desimointi analyysipankissa

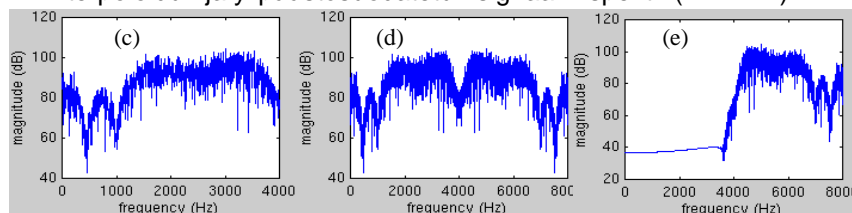
- Mitä analyysipankissa tapahtuu?
  - LP + ↓2 : Alipäästösodatetaan ja desimoidaan suhteella 2
  - HP + ↓2 : Ylipäästösodatetaan ja desimoidaan suhteella 2
- Kun ylempi puolikaista  $[f_s/4, f_s/2]$  desimoidaan, se laskostuu (peilautuu) alemmille taajuuksille  $[0, f_s/4]$ 
  - laskostuminen ei sotke taajuusinformaatiota, sillä alemmat taajuuskomponentit suodatettiin pois ylipäästösodatuksella
  - kuva: (a) alkuperäisen signaalin spektri, (b) ylipäästösodatettu (HP), (c) ylip.sodatettu ja desimoitu (HP + ↓2), laskostunut spektri
    - huomaa näytteistystaajuuden putoaminen (Nyquistin taajuus (c):ssä 4 kHz)



## Kriittinen näytteistys 2:lla alikaistalla

### 2.2 Interpolointi synteesisipankissa

- Mitä synteesisipankissa tapahtuu?
  - ↑2 + LP : Interpoloidaan suhteella 2 ja alipäästösodatetaan
  - ↑2 + HP : Interpoloidaan suhteella 2 ja ylipäästösodatetaan
- ↑2 –operaatio käytännössä:
  - lisätään signaaliin (lukuvektoriin) nollia näytteiden väleihin
  - kerrotaan signaali 2:lla, jotta sen teho ei muutu nollien lisäyksestä
- Tarkastellaan taas ylempää puolikaistaa
- Kuva: (c) analyysipankissa ylip.sodatetun ja desimoidun signaalin spektri, (d) c:stä interpoloimalla (↑2) saatu spektri, (e) c:stä interpoloidun ja ylipäästösodatetun signaalin spektri (↑2 + HP)



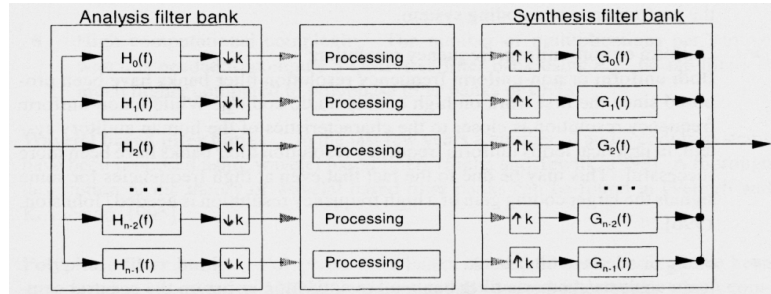
## Kriittinen näytteistys 2:lla alikaistalla

### Interpolointi synteesisipankissa

- Ylempikin puolikaista saatiin siis palautettua (miltei) ennalleen desimoinnin jälkeen
  - alkuperäinen signaali voidaan rekonstruoida kokonaan summaamalla puolikaistat synteesisipankin ulostulossa

### 3 Useita alikaistoja tasavälein

- Kahdesta alikaistasta ei ole vielä paljon iloa
- Periaate on helppo skaalata  $n$ :lle tasaväliselle alikaistalle
- Kuva:  $n$  alikaistaa, joista jokainen desimoidaan suhteella  $k$ 
  - kaistojen on oltava samanleveyisiä, jotta kaikki voidaan desimoida samalla suhteella  $k \rightarrow$  *tasavälisen taajuuserottelun pankki*
  - mikäli  $n=k$ , kyseessä on kriittinen näytteistys



### Useita alikaistoja tasavälein

- Mitä analyysipankissa tapahtuu  $n$ :llä kaistalla?
  - taajuusalue  $[0, f_s/2]$  jaettu  $n$ :ään kaistaan, kunkin leveys  $(f_s/2) / n$
  - analyysipankin kaistanpäästösuodatin  $H_m(f)$  poimii kaistan  $m$
  - kaista  $m$  kattaa taajuudet

$$\left[ \frac{mf_s}{2n}, \frac{(m+1)f_s}{2n} \right], m \in \{0, 1, \dots, n-1\}$$

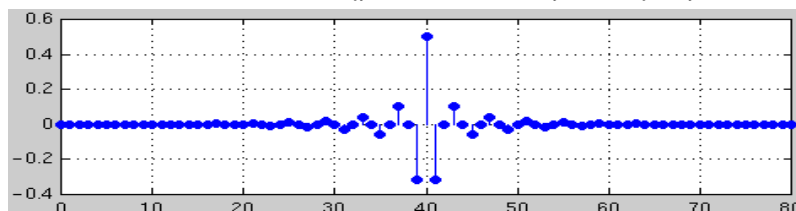
- desimoitaessa ko. kaista laskostuu taajuuksille  $[0, f_s/(2n)]$ 
  - jälleen tämä ei häitää, koska ko. taajuudet on suodatettu pois

#### ■ Synteesipankissa

- interpolointi suhteella  $k$  ( $k=n$ ) moduloi kaistan  $[0, f_s/(2n)]$  moninkertaisena kaikille eri alikaistoille
- kukin alikaista poimitaan omalle taajuusalueelleen synteesipankin kaistanpäästösuodattimella  $G_m(f)$  (poimii saman alueen kuin  $H_m(f)$ )

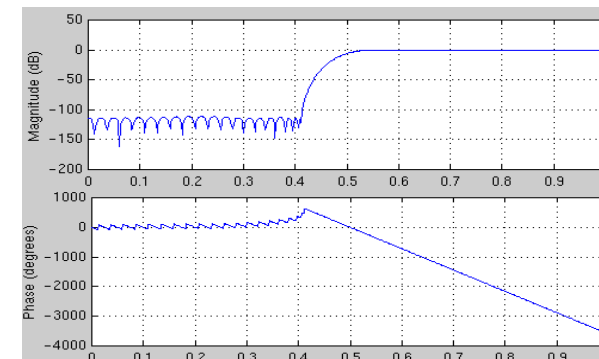
### 4 Puolikaistasuodatin

- Palataanpa vielä kahteen alikaistaan jakavaan pankkiin
- Puolikaistasuodattimella on se mukava ominaisuus, että se *voidaan toteuttaa laskennallisesti tehokkaasti*
- Kuva: esimerkki 80 tapin mittaisesta FIR-suodattimesta, joka poimii ylemmän puolikaistan  $[f_s/4, f_s/2]$ 
  - parilliset kertoimet ovat nollia, lukuunottamatta keskimmistä
  - impulssivaste on symmetrinen
  - $n$ -mittaisella FIR:llä konvolointiin tarvitaan vain  $n/4 + 1$  kertolaskua kutakin sisääntulon näytettä kohden
    - voidaan tehdä suhteellisen jyrkkiä suodattimia myös FIR:ejä käyttäen



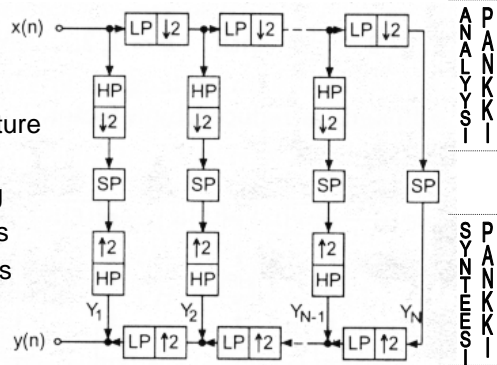
### Puolikaistasuodatin

- Kuva: magnitudi- ja vaihevaste edellisellä sivulla esitetylle ylemmän puolikaistan päästävälle suotimelle
  - FIR:n etu: vaihevaste päästökaistalla on täysin lineaarinen
  - päästökaistan signaali on alkuperäisen viivästetty kopio



## 5 QMF-suodinpankki

- Kuva: oktaavikaistoihin jakava QMF-suodatinpankki, joka käyttää kriittistä näytteistystä (oktaavi=taajuusväli  $[f, 2f]$ )
  - peräkkäisiä alipäästö / ylipäästö -jakoja puolikaistoihin
  - jakojen jälkeen puolikaistat desimoidaan kertoimella 2
  - alempi kaista jaetaan yhä uudelleen
- Selityksiä:
  - QMF-pankki = Quadrature Mirror Filter bank
  - SP = signal processing
  - LP = alipäästösuodatus
  - HP = ylipäästösuodatus
  - $\downarrow 2$  = desimointi
  - $\uparrow 2$  = interpolointi



## QMF-suodinpankki 5.1 QMF-pankin alikaistat

- Kuva: hajotelman tuloksena saadaan alikaistat  $Y_1 \dots Y_N$
- Kaistojen rajataajuudet ovat
 
$$\Omega_{Ck} = 2^{-k} \pi \Rightarrow f_{Ck} = 2^{-k} (f_s / 2)$$
 missä  $k = 1, 2, \dots, N-1$
- Tämä kaistajako seuraa siitä että
  - irrotettu ja desimoitu ylempi puolikaista on valmis sellaisenaan
  - alempi puolikaista jaetaan yhä uudelleen kahteen puolikaistaan
    - ks. edellisen sivun lohkokaavio

## QMF-suodinpankki QMF-pankin alikaistat

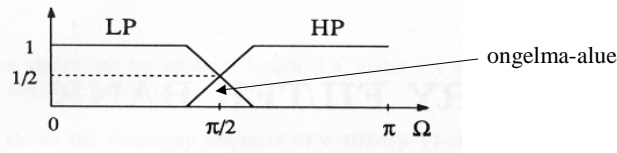
- Kyseessä on nyt **epätasavälisen taajuuserottelun** pankki
  - kaistanleveydet puolittuvat alaspäin mennessä
  - kaistojen rajataajuudet muodostavat edellisellä sivulla esitetyn geometrisen sarjan, eivätkä jakaudu lineaarisesti
- Myös näytteistystaajuus on kullakin kaistalla omansa
  - matalille kaistoille tapahtuu monta peräkkäistä desimointia
  - synteesipankissa vastaavasti peräkkäisiä interpolointeja
- Huomaa että tässäkin pankissa **datamäärä pysyy vakiona** kaistoihin jakojen ja desimointien tuloksena
  - alkuperäinen datamäärä on  $S \cdot f_s$ , missä  $S$  on signaalin kestoaika sekunneissa ja  $f_s$  näytteistystaajuus
  - datamäärä, kun jako kaistoihin on tapahtunut:  $S \cdot (0.5f_s + 0.25f_s + 0.125f_s + \dots)$  missä näytteistystaajuudet on lueteltu ylimmästä kaistasta alkaen
  - kyse on kriittisestä näytteistyksestä

## QMF-suodinpankki 5.2 Prototyypisuodatin

- **Samaa alipäästö- ja ylipäästösuodatinta** voidaan käyttää kaikissa peräkkäisissä alipäästö/ylipäästö jaoissa
  - puhutaan saman "prototyypisuodattimen" käytöstä
- Suodattimien vaste annetaan aina **suhteessa näytteistystaajuuteen**
  - esim. rajataajuus tietylle suodattimelle määrätään kohtaan  $0.5f_s$
- Kun QMF-pankissa alemman puolikaistan näytteistystaajuutta lasketaan suhteella 2, saadaan uusi näytteistystaajuus
 
$$\hat{f}_s = f_s / 2$$
- Uudella näytteistystaajuudella alempi puolikaista  $[0, f_s / 4]$  täyttää koko uuden taajuusalueen  $[0, \hat{f}_s / 2]$ 
  - nyt samojen suodattimien rajataajuus onkin  $0.5\hat{f}_s = 0.25f_s$
  - soveltamalla samaa prototyypisuodatinta **sellaisenaan** uudessa näytteistystaajuudessa, se jakaa alemman puolikaistan uudelleen
  - alkuperäisessä näytteistystaajuudessa ajatellen päästökaista kapenee puolella, ja myös siirtymäkaista jyrkkenee puolella
    - ns. *multirate signaalinkäsittelyä*: jyrkkiä suodattimia pienellä kerroinmäärällä

## 6 Laskostumisvirheen välttäminen

- On selvää, että kriittisesti näytteistetyssä pankissa tapahtuu hieman *ei-toivottua laskostumista alikaistoilla*
  - suodattimet eivät ole ideaalisen jyrkkiä (siirtymäkaista, ei porras)
  - kun esim. desimoidaan suhteella 2, laskostuu se osa siirtymäkaistasta, joka ylittää *uuden* Nyquistin rajataajuuden  $\pi/2$  (toisin ilmaisten  $f_s/4$ )
- Alla on kertauksena esitetty kahteen alikaistaan jakavan kriittisesti näytteistävän pankin ali- ja ylipäästösuodattimien magnitudivasteet
  - kyseessä on QMF-pankin erikoistapaus, jossa kaistoja on vain 2

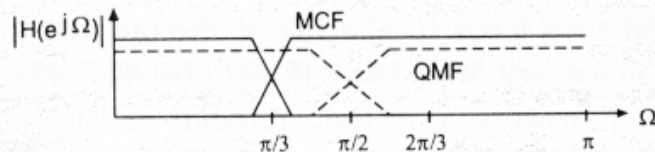


## Laskostumisvirheen välttäminen

- Audiokoodauksessa käytettävät suodatinpankit suunnitellaan yleensä siten, että *synteesipankki eliminoi* alikaistoilla tapahtuvan laskostumisen ulostuloon
  - saavutetaan ns. täydellinen tai melkein täydellinen rekonstruktio huolimatta alikaistoilla tapahtuvasta ei-toivotusta laskostumisesta
  - suodinpankin rekonstruointivirheet ovat mitättömiä verrattuna enkoodauksessa ja dekodauksessa tuleviin virheisiin
- Useissa muissa sovelluksissa sen sijaan ei riitä, että synteesipankki kompensoi analyysipankissa tapahtuvan laskostumisen
  - monikaistaisissa vastekorjaimissa, dynamiikan hallinnassa, tilaprosessoinnissa, äänen analyysissä
  - *pitää suunnitella analyysipankki, jossa ei tapahtu laskostumista alikaistoilla*

## Laskostumisvirheen välttäminen

- Jotta voitaisiin välttää laskostumista alikaistoilla, voidaan suodatinpankkia muuttaa hieman
  - ei-toivottua laskostumista tapahtuu ali- ja ylipäästökaista rajalla, sillä näytteistystaajuutta lasketaan suhteella 2, vaikka kaistoihin jakava suodatin ei ole täydellinen
- Kuva: muutetun prototyypisuodattimen (MCF-suodinpankki, multi-complementary filter bank) taajuusvaste verrattuna edelliseen (QMF)

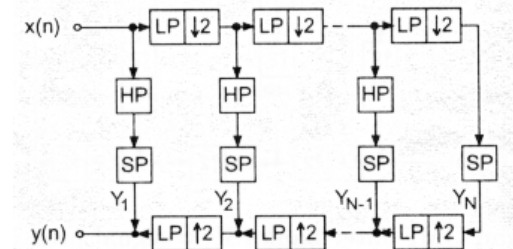


- Modifioidussa suodatinpankissa puolikaistojen raja on siirretty  $\pi/2$  :sta alemmalle taajuudelle
  - desimoidaessa alipäästökaistaa suhteella 2 laskostumista ei tapahdu
  - *ylempää puolikaistaa ei voida desimoida lainkaan*

## Laskostumisvirheen välttäminen

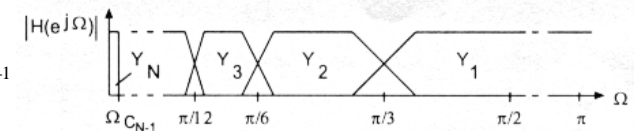
### 6.1 Modifioitu suodinpankki

- Kuva: modifioitu suodatinpankki, jossa toistetaan uutta puolikaistoihin jakoa
  - erona QMF-pankkiin on, että ylempää kaistaa ei desimoida



- Kaistarajat:

$$\Omega_{Ck} = \frac{\pi}{3} 2^{-k+1}$$



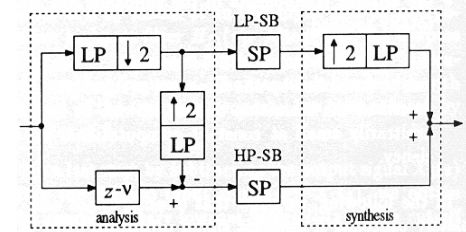
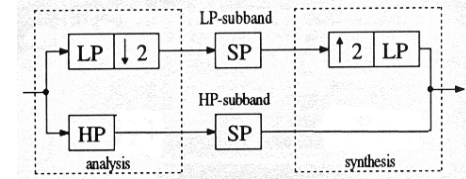
# Laskotumisvirheen välttäminen

## Modifioitu suodinpankki

- Datamäärä ei pysy vakiona esitetystä suodinpankissa, vaan kasvaa kaistoihin jaon seurauksena
  - alkuperäinen datamäärä on  $S \cdot f_s$ , missä  $S$  on signaalin kestoaika sekunneissa ja  $f_s$  näytteistystaajuus
  - datamäärä, kun jako kaistoihin on tapahtunut:  $S \cdot (f_s + 0.5f_s + 0.25f_s + 0.125f_s + \dots) \approx 2f_s$  missä näytteistystaajuudet on lueteltu ylimmästä kaistasta alkaen
  - datamäärä alikaistoihin jaossa kaksinkertaistuu, **riippumatta kaistojen lukumäärästä**
- Useissa sovelluksissa datamäärän kohtuullinen kasvu ei kuitenkaan ole ongelma
  - vastekorjaus, monikaistainen dynamiikan hallinta, äänten analyysi jne.

## 7 Täydellinen rekonstruktio

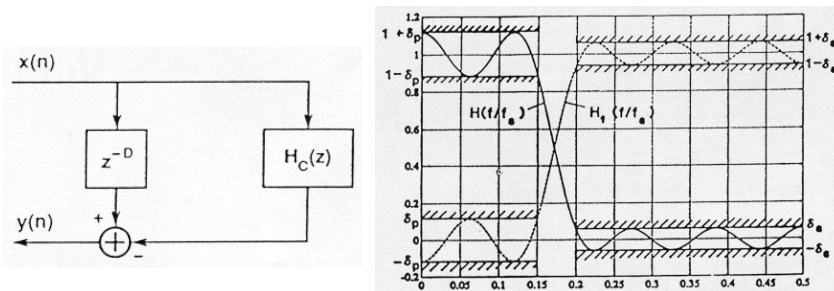
- Ns. **komplementtisuodattimien** avulla saadaan suodinpankille täydellinen rekonstruktio ulostuloon
- Kuva 1: modifioidun pankin kahteen kaistaan jakava peruslohko
- Kuva 2: peruslohko toteutettuna komplementtisuotimilla
  - ylempi kaista saadaan rekonstruoida alempi ja vähentämällä se sopivasti viivästetystä sisääntulosta
  - näin voidaan taata, että alikaistat summaamalla saadaan rekonstruotua alkuperäinen signaali



## Täydellinen rekonstruktio

### 7.1 Komplementtisuodattimet

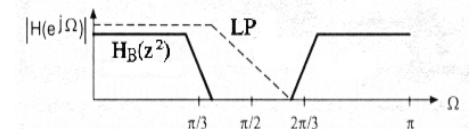
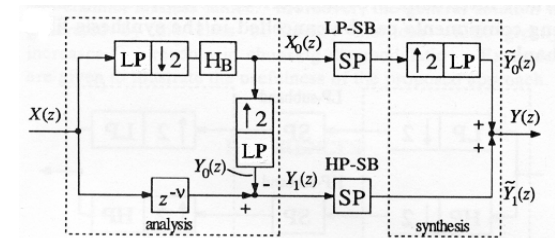
- Kuva: komplementtisuodattimien toteutus ja niiden vasteiden riippuvuus toisistaan [Saramäki, 80558]
  - tietyn FIR-suodattimen  $H_C(z)$  komplementtisuodatin saadaan (i) suodattamalla sisääntulosignaali  $H_C(z)$ :lla (ii) vähentämällä suodatettu signaali alkuperäisestä sisääntulosta, jota on viivästetty suodattimen  $H_C(z)$  aiheuttaman viiveen verran



## Täydellinen rekonstruktio

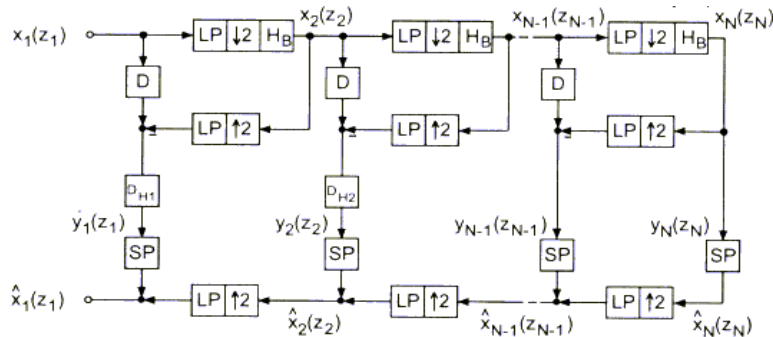
### 7.2 Kaksivaiheinen alipäästösuoatus

- Alempi osakaista kannattaa erottaa kaksivaiheisesti, kuten oheisessa kuvassa on esitetty
- 1. Näytteistystaajuus pudotetaan puoleen käyttäen tehokkaasti toteutettavissa olevaa puolikaistasuodatinta
- 2. Varsinaisella prototyyppisuodattimella rajataan haluttu kaista
- Alkuperäisessä näytteistystaajuudessa ajatellen prototyyppisuodattimen  $H_B(z^2)$  rajataajuus on  $\pi/3$ , mutta näytteistystaajuuden puolittamisen takia suodatin  $H_B(z)$  voidaan suunnitella käyttäen rajataajuutta  $2\pi/3$ 
  - etu: myös siirtymäkaistan leveys puolittuu desimoinnin myötä



### 7.3 MCF-suodinpankki

- Kuva: Käyttäen edellisellä sivulla esitettyä peruslohkoa saadaan MCF-suodinpankki (multi-complementary filter bank)
  - kuvassa "D" ja "D<sub>H#</sub>" ovat viivelohkoja, muut merkinnät kuten edellä
  - vrt. QMF-pankkiin: tässä peruslohko on toteutettu komplementtisuotimilla, eikä yläkaistoja desimoida



### MCF-suodinpankki

- Alikaistojen näytteistystaajuudet ja kokonaisdatamäärä kaistoihin jaon jälkeen ovat samat kuin kohdassa 6.1 esitetystä modifioidussa suodinpankissa
  - ei-toivottua laskostumista ei kummassakaan tapahdu alikaistoilla
- MCF-pankki tuottaa täydellisen rekonstruktion ulostuloon, mikäli alikaistoilla ei tehdä prosessointia ("SP"-lohkot)
- Kaistoihin jakoa voi muuttaa säätämällä prototyyppisuodattimen  $H_B(z)$  rajataajuutta
  - silti kaistarajat ovat edelleen muotoa

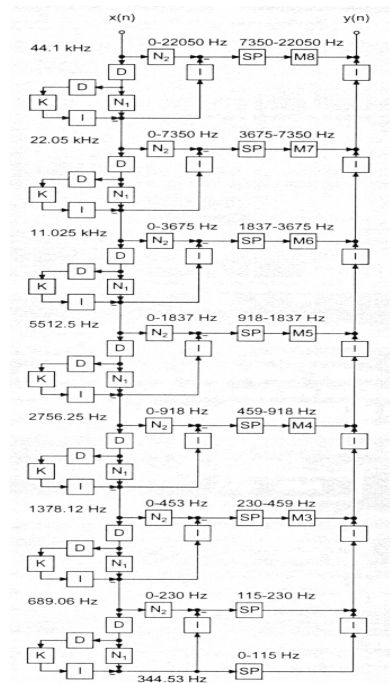
$$\Omega_{ck} = a\pi 2^{-k}$$

missä  $a$  on vakio

- muuttamalla myös desimointisuhdetta (edellä ↓2) saadaan lisää vapausasteita

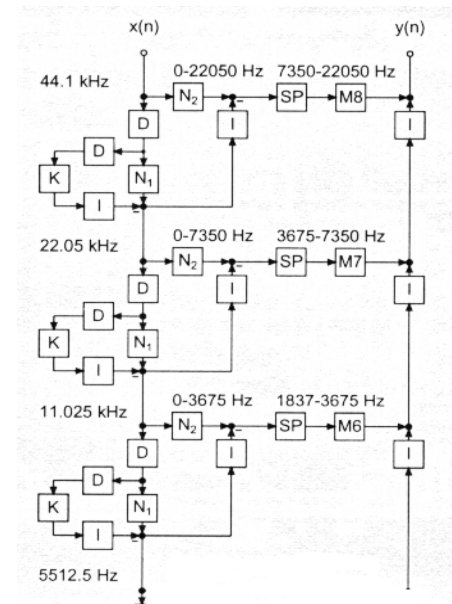
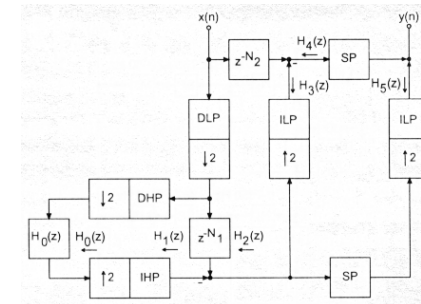
### 7.4 Esimerkki

- Kuvassa on esitetty 8-kaistainen MCF-pankki
- Kuvassa
  - D: desimointi
  - I: interpolointi
  - K: prototyyppisuodatin (kernel/prototype filter)
  - $N_1$ : viive 1
  - $N_2$ : viive 2
  - $M_i$ : ryhmäviiveen kompensointi kaistalle  $i$
- Kuvaan on merkitty myös näytteistystaajuudet ja kaistat kussakin vaiheessa



### Esimerkki

- Kuva 1:
  - 8-kaistaisen MCF-pankin kaavio zoomattuna
  - selostetaan luennolla
- Kuva 2: peruslohko hieman auki purettuna



## Esimerkki

- Taulukko: kaistojen rajataajuudet ja siirtymäkaistojen leveydet 7:lle eri siirtymäkaistalle 8:n eri kaistan välissä

$f_S$ [kHz]	$f_{C1}$ [Hz]	$f_{C2}$ [Hz]	$f_{C3}$ [Hz]	$f_{C4}$ [Hz]	$f_{C5}$ [Hz]	$f_{C6}$ [Hz]	$f_{C7}$ [Hz]
44.1	7350	3675	1837.5	918.75	459.375	$\approx 230$	$\approx 115$
TB[Hz]	1280	640	320	160	80	40	20

## 8 Loppukaneetti

- Lisää tietoa sekä FIR- että IIR-suodatinpankkien suunnittelusta saa TTKK:n kurssilla ”80558 Multirate signal processing”