Vastekorjaus (ekvalisointi)

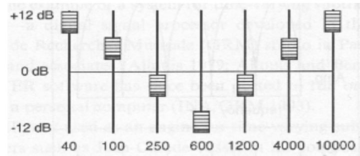
Lähteet: Zölzer. ”Digital audio signal processing”. Wiley & Sons.
Regalia, Mitra. (1987). ”Tunable digital frequency response equalization filters”. *IEEE Trans. ASSP-35 No. 1, Jan. 1987.*

Sisältö:

1 Johdanto

- Spektrin ekvalisointi on yksi äänisignaalinkäsittelyn perusoperaatioita
- Vastekorjaimia eli ekvalisaattoreita on sekä ammattikäytössä että kuluttajilla

  - kuluttajalaitteissa (esim. autoradio tai vahvistin) käytetään tyypillisesti yksinkertaista basson ja diskantin säätöä
  - studioissa ja ammattimaisessa äänentoistossa käytetään hieman monimutkaisempia laitteita, esim. kolmannesoktaaveittain säädettävää korjainta



- Seuraavassa käsitellään vastekorjauksessa tavallisimmin tarvittavien suodattimien suunnittelua
  - tässä kalvosetissä IIR-korjaimia, seuraavassa FIR-suodinpankkeja
  - lähdemateriaalissa käytetään IIR- ja FIR-suodattimista nimiä *rekursiiviset* ja *ei-rekursiiviset* suodattimet → termit OK

1.1 IIR vai FIR äänten suodattamiseen?

- IIR-suodattimet ovat laskennallisesti huomattavasti *tehokkaampia*
  - kapea siirtymäkaista saavutetaan pienellä määrällä suodinkertoimia
- FIR-suodattimet mahdollistavat *lineaarisen vaihevasteen*
  - äänen tapauksessa tämä ei ole mikään itseisarvo, sillä ihmiskuulo ei ole herkkä taajuuskomponenttien vaiheille
    - magnitudivaste on huomattavasti tärkeämpi (vrt. näköaisti: ei päde)
      → puoltaa IIR-suodattimien valintaa
    - matalien taajuuksilla vaiheilla on vaikutusta stereokuvaan
  - äänipuolellakin on signaaleita, joissa signaalin muodon säilyminen (eli vaihevaste) on tärkeä, esim. amplitudiverhokäyrä ajan funktiona
- FIR-suodattimet mahdollistavat *täydellisemmän vasteen hallinnan*
  - suodatinpankkeja suunnitellessa FIR-suodattimilla saavutetaan ns. täydellinen rekonstruktio, eli analyysi/synteesi –pankki ei muuta signaalia, mikäli kaistoilla ei tehdä kvantisointia tai muuta prosessointia
    - helpottaa esim. audiokoodekin suunnittelua (useimmat käyttävät FIR-pankkia)
- FIR:n etuja myös *varma stabiilisuus*, ja yleensä lyhyempi tarvittava sananpituus suodattimen kertoimia ja tilamuuttujia kvantisoidessa

→ Valinta riippuu käyttötarkoituksesta ja tehokkuusvaatimuksista

2 Diskreettien IIR-suodattimien suunnittelu jatkuva-aikaisista suodattimista

- IIR-suodinten suunnittelussa yleisin menetelmä on *bilineaarimuunnos*, joka muuttaa jatkuva-aikaisen (s-tason) siirtofunktion diskreettiaikaiseksi (z-tasoon)
- Jatkuva-aikaisen siirtofunktion $H(s)$ suunnittelu
  - tyypillisesti käytetään pohjana normalisoitua muotoa jostain analogisesta suotimesta (Butterworth, Chebyshew I,II, elliptinen)
  - käsitellään siirtofunktion normaalimuotoa halutun rajataajuuden, siirtokaistan ja vahvistuksen saamiseksi

  → valmiit suunnittelumenetelmät ovat olemassa ja selkeitä käyttää
  - s-tason siirtofunktio on usein yksinkertaisempi ja jo siirtofunktiosta ”näkee” (harjaantumalla) vasteen käyttäytymistä
- Em. menetelmillä saadaan jatkuva-aikainen siirtofunktio $H(s)$, joka sitten muutetaan bilineaarimuunnoksella diskreettiaikaiseen muotoon $H(z)$

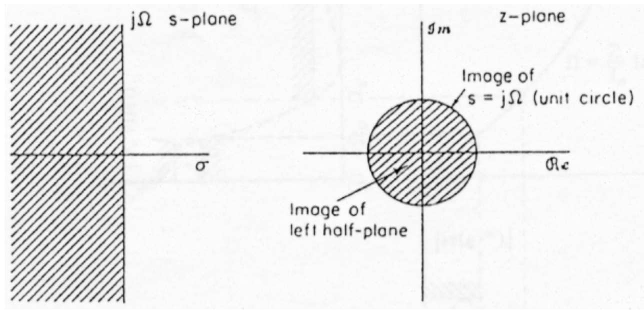
IIR-suodinten suunnittelu bilineaarimuunnoksella

Kurssivaatimuksia koskeva huomautus

- Tässä noudatamme JSK I&II -kursseilla valittua tapaa tukeutua osittain Matlabin valmiisiin rutiineihin
  - etu: voidaan keskittyä suodattimien käytännöllisiin ominaisuuksiin, tarvitsematta hukkua kaavanpyöritykseen ja arvojen taulukointiin
  - s-tason siirtofunktioita voi suunnitella Matlabissa, ja muunnoksen z-tasoon voi myös tehdä Matlabin avulla, kuten seuraavassa nähdään
- Tämän kalvosetin (Vastekorjaus) osalta ei tarvitse opetella ulkoa yksittäisiä kaavoja
  - riittää ymmärtää periaatetasolla miten suotimia suunnitellaan ja tietää mitä eri suodintyypeillä tarkoitetaan
  - kaavanpyöritys toivottavasti silti auttaa ymmärtämään syvällisemmin, miten esim. Matlabin suodinsuunnittelurutiinit on tehty (kokeile `type butter` Matlabissa)
  - kaavapuoli kartuttaa signaalinkäsittelyn osaamista yleisemmin, eikä ole pelkästään audiospesifiä

2.1 Bilineaarimuunnos

- Bilineaarimuunnoksella s-tasosta z-tasoon saadaan jatkuva-aikaisesta siirtofunktiosta $H(s)$ diskreetti $H(z)$
- Bilineaarimuunnos on yksinkertainen s-tason imaginääriakselin kuvaus z-tason yksikköympyrälle
  - s-tason $j\Omega$-akseli (Ω on taajuus) → z-tason ympyrä $e^{j\omega}$ (ω taajuus)
  - koko taajuusakseli $-\infty \leq \Omega \leq \infty$ kuvautuu välille $-\pi \leq \omega \leq \pi$



Bilineaarimuunnos

- Kuvaus tehdään korvaamalla s siirtofunktiossa $H(s)$

$$s = \frac{2}{T} \cdot \frac{z-1}{z+1}$$

käytännössä ei aleta käsin laskemaan, vaan Matlabissa
  - $T=1/f_s$ on muunnoksen näytteenottoväli, Matlabissa käytämme vakioparametria $f_s=2$. Tällöin diskreetin suotimen rajataajuus voidaan antaa normaaliin tapaan suhteessa Nyquistin taajuuteen (Nyquistin taajuus on 1 mikäli $f_s=2$)
- Esimerkki: `[Bz,Az]=bilinear(Bs,As,fs)` missä `Bz,Az` ovat diskreettiaikaisen suodattimen osoittaja ja nimittäjä (`Bs,As` jatkuva-aikaisen) ja `fs=2`.
- Bilineaarimuunnoksella on monia mukavia ominaisuuksia
  - stabiili, kausaalinen, jatkuva-aikainen suodatin kuvautuu stabiiliksi diskreettiaikaiseksi suodattimeksi

Bilineaarimuunnos

- Yhteys taajuusmuuttujien Ω ja ω välillä saadaan sijoittamalla bilineaarimuunnoksen kaavaan $s=j\Omega$ ja $z=e^{j\omega}$

$$j\Omega = \frac{2}{T} \cdot \frac{1-e^{j\omega T}}{1+e^{j\omega T}} = \frac{2}{T} \cdot \frac{2e^{-j\omega T/2}[j\sin(\omega T/2)]}{2e^{-j\omega T/2}[j\sin(\omega T/2)]} = \frac{2}{T} \tan\left(\frac{\omega T}{2}\right)$$

- Tästä saadaan

$$\Omega = \frac{2}{T} \tan\left(\frac{\omega T}{2}\right)$$

ja toisin päin

$$\omega = \frac{2}{T} \arctan\left(\frac{\Omega T}{2}\right)$$

- Digitaalista suodatinta suunnitellessa pitää ω:n suhteen annetut vaatimukset muuttaa Ω-akselille em. yhteyttä käyttäen

2.2 Suotimen suunnitteluproseduuri analogisen suodattimen kautta

$$H(s) = \frac{1}{s+1}$$

1. Valitaan pohjaksi jokin klassinen analoginen suodin (Butter, Cheby 1,2, elliptinen). Esim. Butterworthille:
```
[Bs,As]=butter(1,1,'s'); % aste 1, rajataajuus 1
→ Bs=[0 1]; A=[1 1]; % normaalimuoto H(s):lle
```
2. Lasketaan analogisen suodattimen H(s) rajataajuus, joka vastaa halutun diskreetin suodattimen H(z) rajataajuutta
```
Wn=0.3; %haluttu diskreetti rajataajuus (1=Nyquist)
T=0.5; % näytteenottoväli (1/fs, fs=2 pid.vakiona)
omega=2/T*tan((2*pi*Wn)/(2/T)); % analog.rajataaj
```
3. käsitellään jatkuvaa siirtofunktiota *H*(*s*) halutun rajataajuuden (tai siirtokaistan, vahvistuksen, tms.) saamiseksi
```
[Bs,As]=lp2lp(Bs,As,omega); % rajataajuus→omega
→ Bs=[0 2.0381]; A=[1 2.0381]; % haluttu H(s)
```
4. käytetään bileaarimuunnosta diskreetin siirtofunktion saamiseksi
```
[Bz,Az]=bilinear(Bs,As,1/T);
→ B=[0.3375    0.3375]; A=[1.0000   -0.3249]
```


Suotimen suunnitteluproseduuri

- Tarkistuksen vuoksi kasketaan Matlabin rutiinilla `butter` suoraan diskreettiaikainen alipäästösuodatin, jonka rajataajuus f_c on 0.3*(f_s/2), missä f_s on näytteistystaajuus
  - `Wn=0.3; [B,A]=butter(1,Wn);`
    `→ B = [0.3375    0.3375]; A = [1.0000   -0.3249];`
  - Saatiin siis sama tulos kuin analogisen suodattimen kautta suunnitellen
- Miksi siis tehdä vaikeimman kautta: ensin analoginen suodin ja sitten bilineaarimuunnos?
  - *s-tasossa suodattimia voidaan hallitusti suunniltella ja muutella*, ennen siirtymistä lopulliseen diskreettiaikaiseen esitykseen
  - esim. Matlabin "butter"-rutiini tekee juuri näin: suunnittelee ensin jatkuva-aikaisen suotimen ja muuttaa sen sitten diskreetiksi (`type butter`)
- Analogisen suotimen säätämiseen on Matlab-rutiinit (esim. `lp2lp` edellä muutti rajataajuutta) ja jatkossa tukeudutaankin Matlabiin
  - vastaavat asiat voi tehdä kynällä ja paperilla: manipuloidaan osoittajan ja nimittäjän kertoimia soveltaen simppeleitä matemaattisia sääntöjä

2.3 Ali- ja ylipäästösuodattimet (IIR)

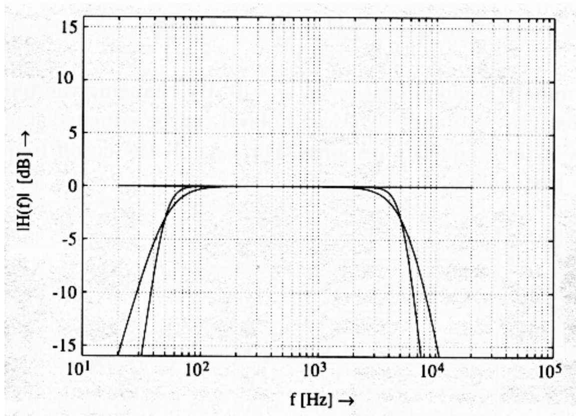
- Jatkossa suodattimien vasteita pyöritellään niiden suunnittelun ymmärtämiseksi hieman s-tasossa
- Butterworth-tyyppiset ali- ja ylipäästösuodattimet
  - käytössä esim. analogimiksereissä kaistan rajoittamiseen
  - monotoninen päästökaistan vaste, monotonisesti laskeva estokaistan vaste
  - siirtofunktiot toisen asteen ali- (LP) ja ylipäästösuodattimille (HP):

$$H_{LP}(s) = \frac{1}{s^2 + s/Q_\infty + 1} \qquad H_{HP}(s) = \frac{s^2}{s^2 + s/Q_\infty + 1}$$

  missä $Q_\infty = 1/\sqrt{2}$ Butterworthin tapauksessa
- Matlabissa jatkuva-aikainen siirtofunktio *H*(*s*):n saadaan 's' parametrilla [oletusarvoisesti palautetaan *H*(*z*)]
```
[Bs,As]=butter(2,1,'s'); % rajataajuus = 1
   → Bs = [0     0     1]    % = H_LP:n osoittajan kertoimet
   → As = [1    1.4142    1] % = H_LP :n nimittäjän kertoimet
```


2.4 Butterworth-suodattimen ominaisuuksia

- Kuva: taajuusvasteita toisen ja neljännen asteen Butterworth-suodattimille
  - ylipäästösuodatus (f_c = 50 Hz) ja alipäästösuodatus (f_c = 5000 Hz)



Butterworth-suodattimen ominaisuuksia

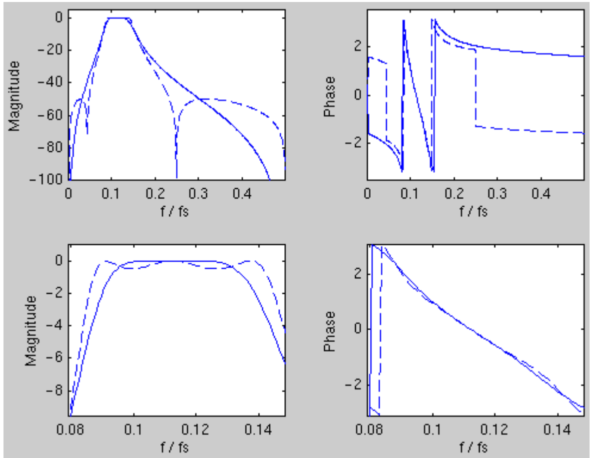
- Vastekorjauksen tietyissä sovelluksissa ei haluta jyrkkiä siirtymäkaistoja, vaan esimerkiksi pehmeärajainen korostus tai leikkaus matalille taajuuksille
  → Butterworth ja sen sukuiset suodattimet sopivat tähän, koska:
- Vaste on maksimaalisen laaka päästö- ja estokaistalla
  - mahdollisimman moni derivaatta on nolla taajuudella nolla
  - vaste on monotonisesti laskeva
- Päästökaistan vaihevaste on lähes lineaarinen
  - signaalin muoto säilyy hyvin
- Estokaistan vaimennus menee kauempana hyvin syvälle
  - myös estokaistan vaihevaste on ”melko” lineaarinen
- Suodinkertoimia tarvitaan hieman enemmän kuin esim. elliptisen suodattimen tapauksessa, mutta ero on pieni

Butterworth-suodattimen ominaisuuksia

- *Vertailua*: kuudennen asteen kaistanpäästösuodatin.
  —— viiva: Butterworth, - - - katkoviiva: elliptinen suodin

YLLÄ
- magnitudivaste
- vaihevaste

ALLA
- magnitudivaste zoomattuna päästökaistalle
- vaihevaste zoomattuna päästökaistalle



3 Hyllysuotimet (IIR)

- Hyllysuotimia (hyllykorjaimia) käytetään korostamaan tai leikkaamaan tiettyjä taajuuksia
  - engl. *shelving filter*, *shelving equalizer*
  - tietty taajuuskaista ”hyllytetään” (nostetaan/lasketaan) eri tasolle kuin muut taajuudet
- *Idea:* Muutetaan jotakin osaa taajuusspektristä ja jätetään muu osa spektristä koskemattomaksi
  - vrt. tyypillisesti päästetään joitain taajuuksia ja estetään muut
- Sovellus vastekorjaukseen ja vasteen hallintaan on ilmeinen
  - manipuloidaan järjestelmän vastetta vain tietyllä taajuusalueella
- Seuraavassa käsitellään ensimmäisen ja toisen asteen hyllysuotimia
  - näiden peruslohkojen kaskadeilla saadaan aikaan erilaisia vasteen manipulointeja

3.1 Matalien taajuuksien korostus

- Yksinkertainen ensimmäisen asteen *korostussuodatin* matalille taajuuksille (”basso”)

$$H(s) = 1 + H_0 \frac{1}{s+1}$$

```
[Bs,As]=butter(1,1,'s');
→ Bs=[0 1]; As=[1 1];
```

→ koostuu ensimmäisen asteen alipäästösuotimesta (missä dc-komponenttia vahvistetaan vakiolla H_0), sekä all-pass komponentista, jonka siirtofunktio on $H(s) = 1$

- Voidaan kirjoittaa muotoon

$$H(s) = \frac{s + (1 + H_0)}{s+1} = \frac{s + V_0}{s+1}$$

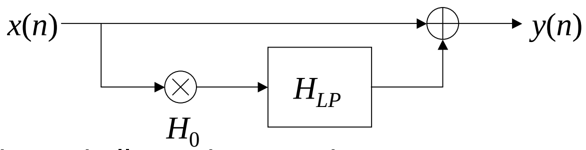
missä V_0 määrää vahvistuksen taajuudella ω=0

- *Säätämällä V_0:n arvoa saadaan haluttu korostus* tai leikkaus → ks. kuva seuraavalla sivulla

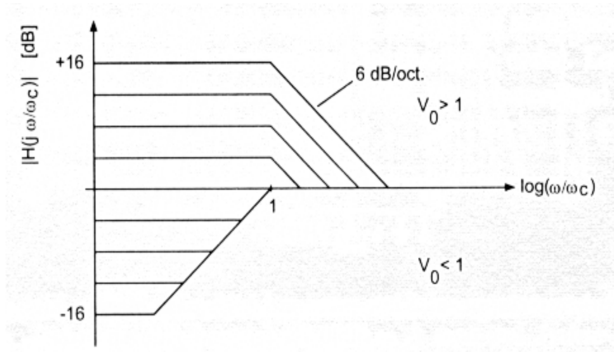
Hyllysuotimet (IIR)

Matalien taajuuksien korostus

- Sama lohkokaaviona



- Kuva: edellä esitetyn hyllysuotimen taajuusvasteen asymptoottikäyrät V_0:n eri arvoilla
  - *heikkous*: kun $V_0 < 1$, rajataajuus ω_c siirtyy matalammaksi



Hyllysuotimet (IIR)

Matalien taajuuksien korostus

- Miksi rajataajuus siirtyy?
- Mikäli negatiivinen korostus, eli *leikkaus* menisi oikein, korostus- ja leikkausjärjestelmä kumoaisivat toisensa sarjaan kytkettynä
  - näin ei kuitenkaan käy

$$\left[1+\frac{H_0}{s+1}\right]\cdot\left[1-\frac{H_0}{s+1}\right]\neq vakio$$

(sen sijaan nämä kyllä kumoaisivat toisensa *rinnan* kytkettynä

$$\left[1+\frac{H_0}{s+1}\right]+\left[1-\frac{H_0}{s+1}\right]=2=vakio$$

tämä ei kuitenkaan ole se mitä halutaan leikkaukselta)

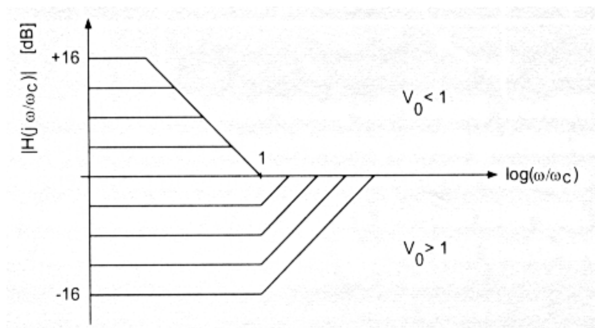
Hyllysuotimet (IIR)

3.2 Matalien taajuuksien leikkaus

- Jotta saataisiin taajuusakselin suhteen symmetrinen vaste muuttamatta rajataajuutta, täytyy korostussuotimen siirtofunktio kääntää leikkauksen tapauksessa ($V_0 < 1$):

$$H(s)=\frac{s+1}{s+V_0}$$

- Kuva: yllä olevan siirtofunktion taajuusvasteen asymptootti-käyrät



- Nyt korostus ja leikkaus kumoavat toisensa sarjaan kytkettynä (selviö)

$$\left[\frac{s+1}{s+V_0}\right]\cdot\left[\frac{s+V_0}{s+1}\right]=1$$

Hyllysuotimet (IIR)

3.3 Korkeiden taajuuksien korostus/leikkaus

- Vastaava hyllysuodin korkeille taajuuksille (”diskantti”) saadaan alipäästö–ylipäästö muunnoksella
- Matlabissa alipäästö–ylipäästö muunnos tehdään
  `[Bsh,Ash]=lp2hp(Bsl, Asl, Wo)`
  missä `Bsl,Asl` ovat alipäästösuodattimen siirtofunktion osoittaja ja nimittäjä, `Bsh,Ash` vastaavasti ylipäästön. Mikäli rajataajuutta ei haluta muuttaa `Wo=1`.
- Korostuksen tapauksessa saadaan:

$$H(s)=\frac{sV_0+1}{s+1}, V_0>1$$

```
[Bsh,Ash]=lp2hp([1 V0],[1 1],1);
→ Bsh=[V0 1]; Ash=[1 1]
```

- Leikkauksen tapauksessa taas käännetään yllä oleva:

$$H(s)=\frac{s+1}{sV_0+1}, V_0<1$$

missä parametri V_0 määrää siirtofunktion $H(s)$ arvon taajuudella $\Omega = \infty$ (kuvautuu diskr. suotimen Nyquistiksi)

3.4 Toisen asteen hyllysuotimet

- Siirtofunktio *toisen asteen* matalien taajuuksien korostussuodattimelle:

```
[Bs,As]=butter(2,1,'s'); % rajataajuus=1
→ Bs = [0 0 1]; As = [1  1.4142    1];
```

$$H(s) = 1 + H_0 \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}\cdot s + 1} = \frac{s^2 + \sqrt{2V_0}\cdot s + V_0}{s^2 + \sqrt{2}\cdot s + 1}$$

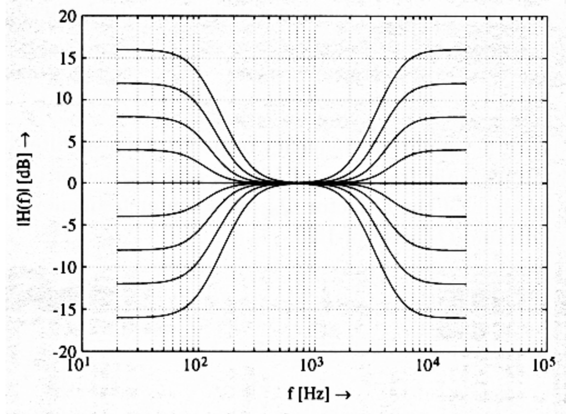
- Leikkaus saadaan jälleen kääntämällä tämä siirtofunktio
- Siirtofunktio toisen asteen korkeiden taajuuksien korostussuodattimelle saadaan taas yllä olevan alipäästö–ylipäästö muunnoksella:

$$H(s) = \frac{V_0 s^2 + \sqrt{2V_0}\cdot s + 1}{s^2 + \sqrt{2}\cdot s + 1}$$

```
[Bsh,Ash] = lp2hp(...
    [1 sqrt(2*V0) V0],...
    [1 sqrt(2) 1],1);
```


Toisen asteen korostussuodatin

- Kuva: toisen asteen hyllysuotimien magnitudivasteet
  - matalien taajuuksien korostus/leikkaus: f_c = 100 Hz
  - korkeiden taajuuksien korostus/leikkaus: f_c = 5000 Hz



3.5 Rajataajuuden määrääminen

- Edellä jatkuva-aikaiset suodattimet suunniteltiin käyttäen normalisoitua rajataajuutta Ω=1
  - esiintyi lausekkeissa `butter(asteluku,rajataajuus,'s')`
- Suodattimen rajataajuutta voidaan yleisessä tapauksessa muuttaa ns. alipäästö–alipäästö muunnoksella
  - Matlabissa muunnos: `[Bs,As]=lp2lp(Bs,As,omega);` missä `omega` (Ω) on haluttu jatkuva-aikaisen suotimen rajataajuus
  - esimerkki: tavallinen ylipäästösuodin, jonka rajataajuus f_c on $0.1*(f_s/2)$

```
T=0.5; % kiinteä muunnosvakio (näyteväli)
Wn=.1; % haluttu diskreetin suotimen rajataajuus
% jatkuva-aik. 2-asteen ylipäästösuodin,rajataajuus=1
[Bs,As]=butter(2,1,'high','s');
% rajataajuuden siirto halutuksi (alip-alip muunnos):
[Bs,As]=lp2lp( Bs, As, 2/T*tan((2*pi*Wn)/(2/T)));
% diskreetti suodatin saadaan bilineaarimuunnoksella
[B,A]=bilinear(Bs,As,1/T);
 % plotataan suodattimen vaste
freqz(B,A);
```

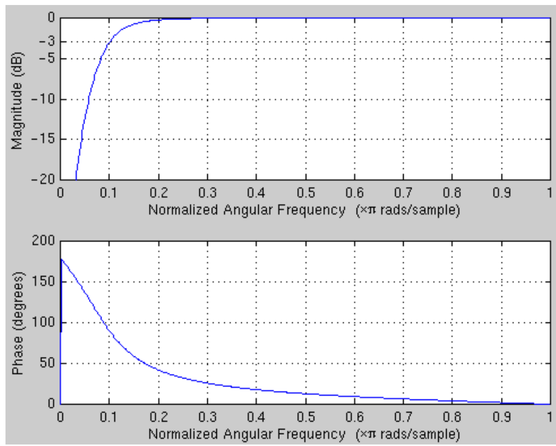
taaj.: z-taso→s-taso

$$\Omega = \frac{2}{T}\tan\left(\frac{\omega T}{2}\right)$$

→ Magnitudivasteen –3 dB:n raja on $f=0.1*f_s$ kohdalla

Rajataajuuden määrääminen

- Plotattu vaste: edellisen sivun tavallinen ylipäästösuodin, jonka rajataajuus on $0.1*(f_s/2)$:n



3.6 Piikkisuodatin

- Piikkisuodattimella voidaan korostaa tai leikata haluttua taajuutta
- Toisen asteen kaistanpäästösuodattimen siirtofunktiosta

$$H_{BP}(s) = H_0 \frac{(1/Q_\infty)s}{s^2 + (1/Q_\infty)s + 1}$$

```
[Bs,As]=butter(1,[.8 1.25],'s');
→ Bs=[0 .45 0]; As=[1 .45 1];
```

voidaan johtaa piikkisuodattimen siirtofunktio

$$H(s) = 1 + H_{BP}(s) = \frac{s^2 + [(1+H_0)/Q_\infty]s + 1}{s^2 + (1/Q_\infty)s + 1}$$

$$= \frac{s^2 + (V_0/Q_\infty)s + 1}{s^2 + (1/Q_\infty)s + 1}$$

- Taajuusvasteen maksimiarvon keskitaajuudella määrää parametri V_0 , ja suhteellisen kaistanlevyden Q-arvo

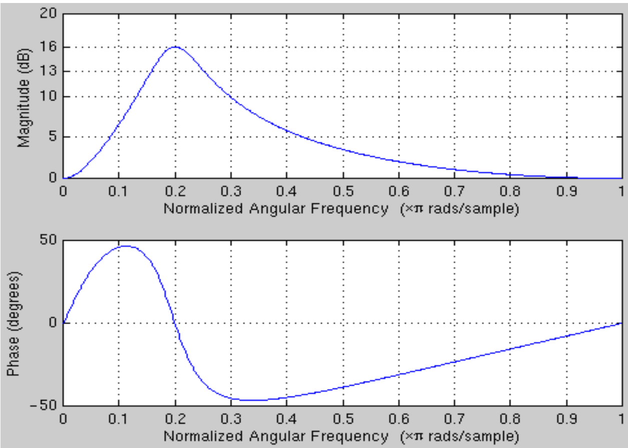
Piikkisuodatin: esimerkki

- Suunnitellaan Matlabissa diskreettiaikainen piikkisuodatin
  - keskitaajuus: `Wn` = $f_c / (f_s/2)$
  - vahvistus keskitaajuudella desibeleinä: `V0dB`
  - terävyys, eli Q-arvo: `Q`
- Matlab-koodi:

```
% speksataan halutut arvot suodattimen parametreille
Wn = 0.2; V0dB=16; Q=1.25;
T=0.5; % kiinteä muunnosvakio (näyteväli)
V0lin=10^(V0dB/20); % Muunnetaan dB-vahvistus lineaariseksi
% käytetään piikkisuodattimen siirtofunktiota (ks. ed. sivu)
Bs=[1 V0lin/Q 1];
As=[1 1/Q 1];
% siirretään keskitaajuus halutuksi alip-alip muunnoksella
[Bs,As]=lp2lp(Bs,As,2/T*tan((2*pi*Wn)/(2/T)));
% diskreettiaikainen suodatin:
[B,A]=bilinear(Bs,As,1/T);
% plotataan vaste
figure(1); freqs(Bs,As); figure(2); freqz(B,A);
```


Piikkisuodatin: esimerkki

- Plotattu vaste: keskitaajuus 0.2, Q-arvo 2, eli kaistanleveys 0.2/2 = 0.1



Piikkisuodatin

- Edellä piikkisuodattimen keskitaajuus siirrettiin halutuksi Matlabissa alipäästö-alipäästö muunnoksella `[...]=lp2lp(...)`
- On tietysti olemassa siirtofunktio, jossa kaikki kolme parametria (myös keskitaajuus) esiintyvät valmiina

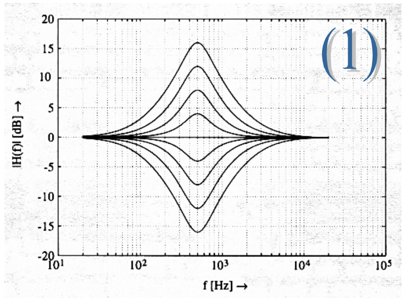
$$H(s) = \frac{s^2 + (\omega_c V_0/Q_\infty)s + \omega_c^2}{s^2 + (\omega_c/Q_\infty)s + \omega_c^2}$$

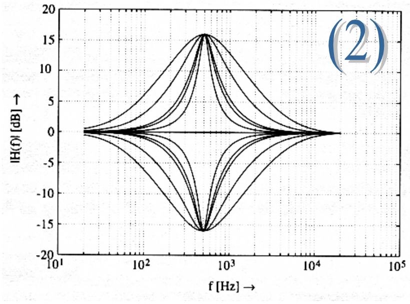
tässä ω_c on keskitaajuus, V_0 on vahvistus keskitaajuudella, ja Q on suotimen Q-arvo (terävyys)
- Yleensä on kuitenkin järkevämpää tallettaa taulukkoon vain perusmuoto, lähteä siitä liikkeelle, ja asettaa sitten keskitaajuus jne. muunnoksilla

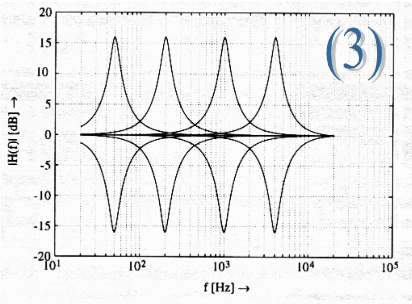
Hyllysuotimet (IIR)

Piikkisuodatin

- Piikkisuodattimen vaste
  1. V_0:n arvoilla -16 dB ... 16 dB
     - f_c = 500 Hz; Q_∞ = 1.25;
  2. Q_∞:n arv. 0.707, 1.25, 2.5, 3.5
     - f_c = 500 Hz; $V_0 = \pm$ 16 dB
  3. f_c :n arv. 50, 200, 1000, 4000 Hz
     - Q_∞ = 1.25; $V_0 = \pm$ 16 dB







4 Parametriset suodinrakenteet (IIR)

- Parametriset suodinrakenteet mahdollistavat suodattimen parametrien säätämisen. Parametreja ovat:
  - vahvistus
  - keski-/rajataajuus
  - kaistanleveys
- Parametrien muuttelu tapahtuu kontrolloimalla niihin vaikuttavia suodinkertoimia

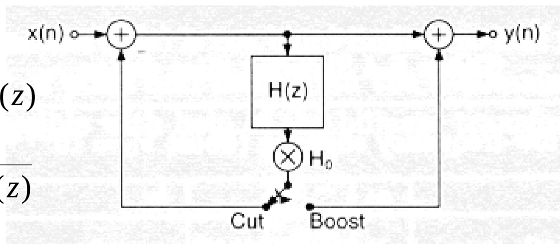
Parametriset suodinrakenteet (IIR)

4.1 Feed forward / backward -rakenne

- *Toisistaan riippumaton* vahvistuksen, raja-/keskitaajuuden, ja kaistanleveyden kontrolli saavutetaan *korostukselle* feed forward (FW) –rakenteella ja *leikkaukselle* feed backward (FB) –rakenteella
  - ks. kuva
- Siirtofunktiot ovat

$$G_{FW}(z) = 1 + H_0 H(z)$$

$$G_{FB}(z) = \frac{1}{1 + H_0 H(z)}$$



missä $V_0 = 1 + H_0$ ja
$H(z)$ voi olla ali-, yli-, tai kaistanpäästösuodatin.
- Feed backward –tapauksessa sisäisen siirtofunktion täytyy olla muotoa $H(z) = z^{-1} H_1(z)$, jotta diskreetti toteutus olisi stabiili
  - viiveetön takaisinpäin kytkentä ei ole sallittu

Parametriset suodinrakenteet (IIR)

Feed forward / backward –rakenne

- FW/FB –rakenteen heikkous on, että käytännön toteutuksessa taajuusvasteessa on pientä heittoa lähellä $z = 1$ ja $z = -1$, johtuen z^{-1} -termistä FW/FB -haarassa
- Tyypilliset audiosuodattimet on mahdollista implementoida *ilman feed backward* –rakennetta
  - saavutetaan parametrien riippumaton hallinta korostuksen tapauksessa
  - leikkauksen tapauksessa kaistanleveys ja vahvistus jäävät toisistaan riippuviksi
  - seuraavassa esitetään ns. Regalia-suodatin: parametrinen suodinrakenne, joka perustuu siirtofunktion all-pass hajotelmaan
    - Regalia, Mitra. (1987). "Tunable digital frequency response equalization filters". *IEEE Trans. on Acoust., Speech, and Signal Processing, Vol. ASSP-35 No. 1, Jan. 1987.*

4.2 Regalia-suodatin: (I) korostus

- Siirtofunktio ensimmäisen asteen *matalien taajuuksien* korostussuotimelle, jossa ω_c on korostuskaistan leveys

$$H(s)=\frac{s+V_0\omega_c}{s+\omega_c} \qquad 5.2\ (a)$$

missä $H(0) = V_0$ ja $H(\infty) = 1$.

- Ylläoleva siirtofunktio on saatu jo opittuun tapaan:

```
% ensimmäisen asteen alipäästösuodatin, rajataajuus=1
[Bs,As]=butter(1,1,'s');
% siirretään rajataajuus kohtaan wc (0.1*(fs/2))
T=0.5; wc=2/T*tan((2*pi*0.1)/(2/T));
[Bs,As]=lp2lp(Bs,As,wc);
 → Bs=wc; As=[1 wc];
```

→ saadaan siirtofunktio $H_{LP}=\omega_c/(s+\omega_c)$

ja tästä korostussuotimen siirtofunktio (5.2 a)

$$H(s)=1+H_0\frac{\omega_c}{s+\omega_c}=\frac{s+V_0\omega_c}{s+\omega_c} \quad ,V_0=1+H_0$$

Regalia-suodatin: korostus

- Siirtofunktio 5.2 (a) voidaan hajottaa osiin seuraavasti:

$$H(s)=\frac{s+V_0\omega_c}{s+\omega_c}=\frac{s}{s+\omega_c}+V_0\frac{\omega_c}{s+\omega_c} \qquad 5.2\ (b)$$

- Yhtälön 5.2 (b) alipäästö- ja ylipäästöosan siirtofunktiot voidaan kirjoittaa all-pass hajotelmana muodossa

$$\frac{s}{s+\omega_c}=\frac{1}{2}[1+\frac{s-\omega_c}{s+\omega_c}] \qquad \frac{V_0\omega_c}{s+\omega_c}=\frac{V_0}{2}[1-\frac{s-\omega_c}{s+\omega_c}]$$

missä all-pass siirtofunktio korostuksen tapauksessa on siis

$$A_B(s)=\frac{s-\omega_c}{s+\omega_c}$$

Regalia-suodatin: korostuksen toteutus

- $A_B(s)$:aa käyttäen 5.2 (a) voidaan kirjoittaa muotoon

$$H(s)=\frac{1}{2}[1+A_B(s)]+\frac{V_0}{2}[1-A_B(s)]$$

- Bilineaarimuunnoksella saadaan diskreetti versio

$$H(z)=\frac{1}{2}[1+A_B(z)]+\frac{V_0}{2}[1-A_B(z)] \qquad 5.2\ (c)$$

missä

$$A_B(z)=-\frac{a_B+z^{-1}}{1+a_B z^{-1}} \qquad 5.2\ (d)$$

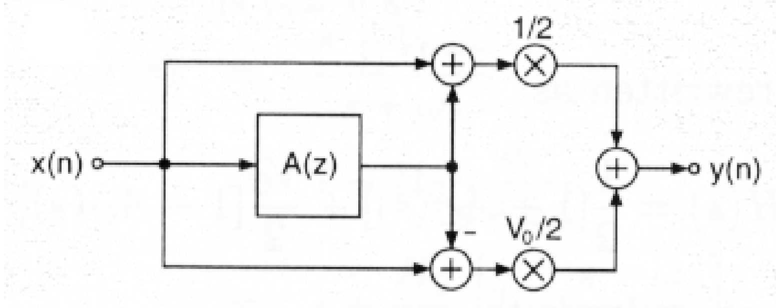
ja taajuusparametri

$$a_B=\frac{\tan(\omega_c T/2)-1}{\tan(\omega_c T/2)+1}$$

```
% all-pass osan A_B(s) bilineaarim.:
wc=0.628; %hihasta s-tason rajataaj
Bs=[1 -wc]; As=[1 wc]; % ed. sivu
T=0.5; fs=1/T; % näyteväli
[B,A]=bilinear(Bs,As,fs); %hae A_B(z)
→ B=[0.7285 -1]; A=[1 -0.7285]
ab=(tan(wc*T/2)-1)/(tan(wc*T/2)+1);
→ ab=-0.7265;
```


Regalia-suodatin: korostuksen toteutus

- Kuva: siirtofunktion 5.2 (c) suora toteutus
  - voidaan kontrolloida erikseen vahvistusta (V_0) ja rajataajuutta (säätämällä suodattimen $A(z)$ taajuusparametria a_B)
  - *ongelma*: leikkauksen tapauksessa ($V_0 < 1$), rajataajuus siirtyy



Lohkokaavio 17. Toteuttaa: $H(z)=\frac{1}{2}[1+A_B(z)]+\frac{V_0}{2}[1-A_B(z)]$

Parametriset suodinrakenteet (IIR)

Regalia-suodatin: (II) leikkaus

- Jotta rajataajuus pysyisi paikallaan leikkauksen tapauksessa, otetaan käsittelyyn ensimmäisen asteen siirtofunktio (leikkaus):

$$H(s) = \frac{s+\omega_c}{s+V_0\omega_c} \qquad 5.2\ (e)$$

missä jälleen $H(0) = V_0$ $(V_0 < 1)$ ja $H(\infty) = 1$.

- Ylläoleva siirtofunktio on saatu yksinkertaisesti kääntämällä korostuksen siirtofunktio (5.2 a)

Parametriset suodinrakenteet (IIR)

Regalia-suodatin: leikkaus

- Tämä voidaan hajottaa seuraavasti:

$$H(s) = \frac{s+\omega_c}{s+V_0\omega_c} = \frac{s}{s+V_0\omega_c} + \frac{\omega_c}{s+V_0\omega_c} \qquad 5.2\ (f)$$

jonka all-pass –hajotelmat ovat

$$\frac{s}{s+V_0\omega_c} = \frac{1}{2}\left[1+\frac{s-V_0\omega_c}{s+V_0\omega_c}\right] \qquad \frac{\omega_c}{s+V_0\omega_c} = \frac{1}{2V_0}\left[1-\frac{s-V_0\omega_c}{s+V_0\omega_c}\right]$$

ja all-pass siirtofunktio leikkauksen tapauksessa nyt

$$A_C(s) = \frac{s-V_0\omega_c}{s+V_0\omega_c}$$

Parametriset suodinrakenteet (IIR)

Regalia-suodatin: leikkauksen toteutus

- $A_C(s)$:aa käyttäen 5.2 (e) voidaan kirjoittaa muotoon

$$H(s) = \frac{1}{2}[1+A_C(s)] + \frac{1}{2V_0}[1-A_C(s)]$$

- Soveltamalla bilineaarimuunnosta saadaan

$$H(z) = \frac{1}{2}[1+A_C(z)] + \frac{1}{2V_0}[1-A_C(z)] \qquad 5.2\ (g)$$

missä

$$A_C(z) = -\frac{a_C + z^{-1}}{1+a_C z^{-1}} \qquad 5.2\ (h)$$

ja taajuusparametri

$$a_C = \frac{\tan(\omega_c T/2) - 1/V_0}{\tan(\omega_c T/2) + 1/V_0} \qquad 5.2\ (i)$$

```
% all-pass osan AC(s) bilineaarim.:
wc=0.6283; V0=40; %arvot hihasta
Bs=[1 -V0*wc]; As=[1 V0*wc];
T=0.5; fs=1/T; % näyteväli
[B,A]=bilinear(Bs,As,fs); %hae AC(z)
→ B=[-0.7254 -1]; A=[1 0.7254]
ac=(tan(wc*T/2)-1/V0)/(tan(wc*T/2)+1/V0)
→ ac=0.7273;
```

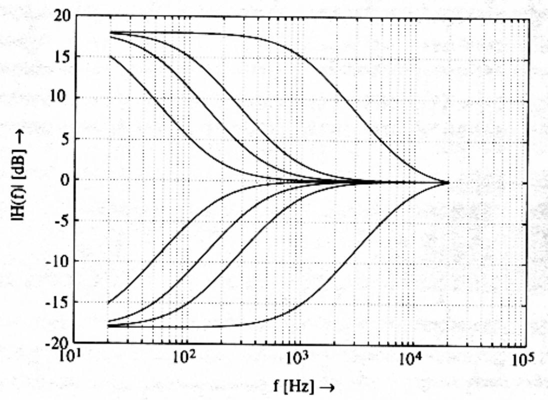

Parametriset suodinrakenteet (IIR)

Regalia-suodatin: leikkauksen toteutus

- Vertaamalla yhtälöitä 5.2 (g) ja (h) korostuksen tapaukseen huomaa että *suodatinrakenteet korostukselle ja leikkaukselle ovat identtiset*
  - ks. lohkokaavio 17 pari sivua taaksepäin
- *MUTTA*: kuten 5.2 (i):sta näkee, leikkauksen tapauksessa taajuusparametri riippuu sekä rajataajuudesta että vahvistuksesta
  → kaistanleveyden ja vahvistuksen kontrollointi jäävät toisistaan riippuviksi

Regalia-suodatin: korostus ja leikkaus

- Kuva: ensimmäisen asteen matalien taajuuksien korostus/ leikkaus – vahvistuksen ja rajataajuuden ω_c vaikutus
  - vahvistus $G = \pm 18$ dB; rajataajuus f_c = 20, 50, 100, 1000 Hz



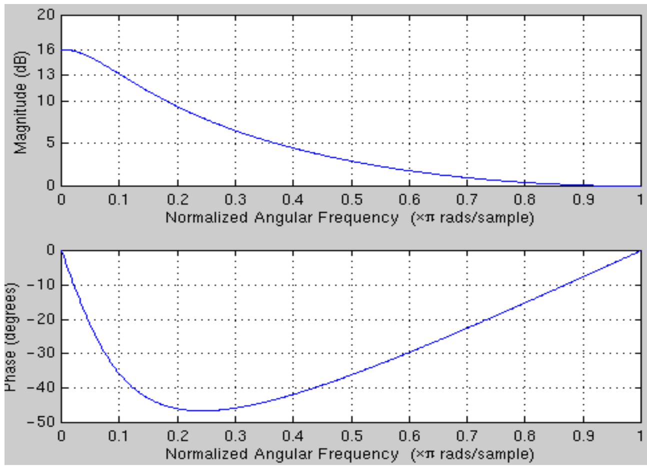
Regalia-suodatin: korostus

- Tehdäänpä Matlabissa
- Koodi:

```
% --- Regalia: matalien taajuuksien korostus
WC=0.1; % haluttu rajataajuus WC*(fs/2)
V0=10^(16/20); % tehdään 16 dB:n korostus
T=0.5; % bilin. muunnoksen vakioparametri
% rajataajuuden s-tason arvo (bilineaarim. kaavat)
wc=2/T*tan((2*pi*WC)/(2/T));
% suodatinta kontrolloiva parametri
ab=(tan(wc*T/2)-1)/(tan(wc*T/2)+1);
% all-pass lohkon siirtofunktion osoittaja ja nimittäjä
B=-[ab 1];
A= [1 ab];
% kokonaisjärjestelmän siirtofunktio (ks. lohkokaavio 17)
BB=0.5*(A+B) + 0.5*V0*(A-B);
AA=A;
% plotataan taajuusvaste
freqz(BB,AA);
```


Regalia-suodatin: korostus

- Plotattu vaste: –3 dB:n kohta on 0.1:n kohdalla



Regalia-suodatin: (III) piikkisuodatin

- Toisen asteen piikkisuodatin saadaan alipäästö–kaistanpäästö muuntamalla edellä esitetyt all-pass lohkot $A_B(z)$ ja $A_C(z)$ [ks. 5.2 (d) ja (h)]
  - diskreetti alipäästö-kaistanpäästömuunnos tehdään sijoittamalla

$$z^{-1} \to -z^{-1}\frac{z^{-1}+d}{1+dz^{-1}}$$

    missä d määrää piikkisuodattimen keskitaajuuden
  - jälleen tätä ei aleta laskemaan käsin
  - seuraavalla sivulla on annettu em. muunnoksella saatu all-pass lohko $A_{BC}(z)$, ja sille parametrit korostuksen tapauksessa (saatu $A_B(z)$:sta muuntamalla) ja leikkauksen tapauksessa (saatu $A_C(z)$:sta muuntamalla)
- Käyttämällä muunnettua all-pass lohkoa kokonaisjärjestelmä (kaavio 17) toteuttaa piikkisuotimen

Parametriset suodinrakenteet (IIR)

Regalia-suodatin: piikkisuodatin

- All-pass siirtofunktioksi piikkisuodattimelle saadaan

$$A_{BC}(z)=\frac{z^{-2}+d(1+a_{BC})z^{-1}+a_{BC}}{1+d(1+a_{BC})z^{-1}+a_{BC}z^{-2}}$$

missä parametrit

$$d=-\cos(2\pi\cdot f_c/f_s)$$

$$V_0=H(f_c)$$

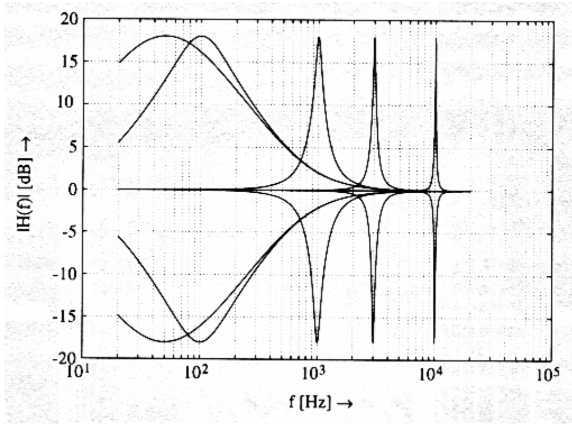
$$a_B=\frac{1-\tan(\omega_b T/2)}{1+\tan(\omega_b T/2)} \qquad a_C=\frac{V_0-\tan(\omega_b T/2)}{V_0+\tan(\omega_b T/2)}$$

→ Keskitaajuuden f_c määrittää parametri d, kaistanleveyden f_b parametrit a_B ja a_C, ja vahvistuksen parametri V_0
- a_B on korostukselle (boost, V_0>1) ja a_C leikkaukselle (cut V_0<1)
- leikkaukselle taas erikseen, koska muuten kaistanleveys muuttuu
- kaavassa esiintyvä a_{BC} on siis joko a_B tai a_C
- ω_b on kaistanleveys s-tasossa $\omega_b=(2/T)\tan[(T/2)\cdot(\pi\cdot f_b/f_s)]$

Parametriset suodinrakenteet (IIR)

Regalia-suodatin: piikkisuodatin

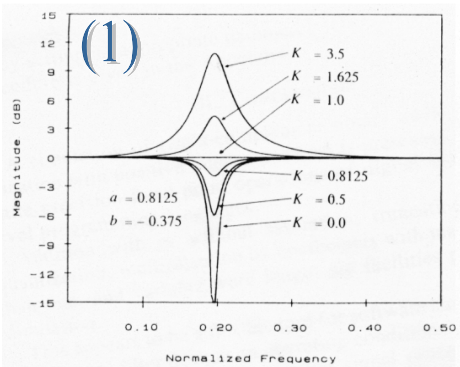
- Kuva: toisen asteen piikkisuodatin – parametrien vaikutus
  - vahvistus G = ±18 dB; kaistanleveys f_b = 100 Hz; keskitaajuus f_c = 50, 100, 1000, 3000, 10000 Hz

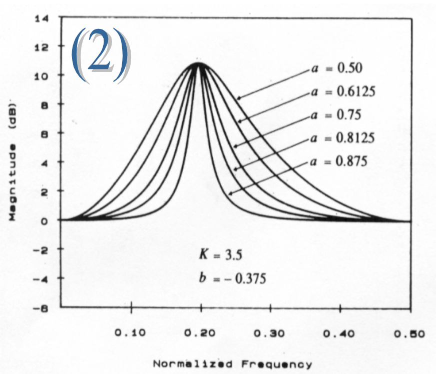


Parametriset suodinrakenteet (IIR)

Regalia-suodatin: piikkisuodatin

- Parametrien kokeilua
  1. kuvassa $V_0 \equiv K$
     - kaistanleveys muuttuu leikkauksen tapauksessa
  2. kuvassa $a_B \equiv a$





Parametriset suodinrakenteet (IIR)

Regalia-suodatin: piikkisuodatin

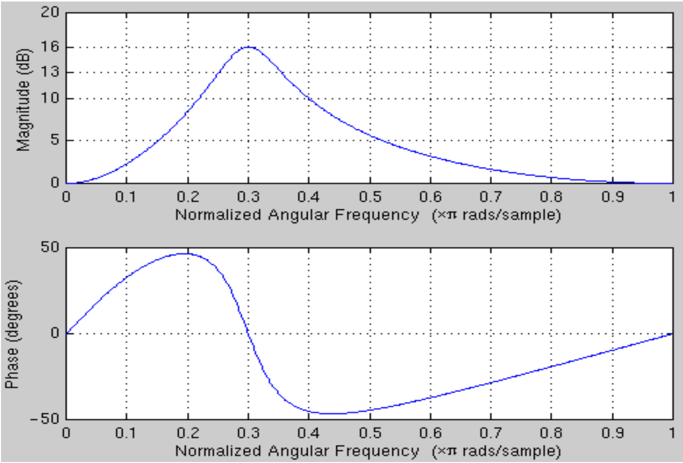
- Tehdäänpä Matlabissa
- Koodi:

```
% --- Regalia: piikkisuodatin
WC=0.3; % haluttu keskitaajuus WC*(fs/2)
WB=0.1; % haluttu kaistanleveys WB*(fs/2)
V0=10^(16/20); % tehdään 16 dB:n korostus
T=0.5; % bilin. muunnoksen vakioparametri
% kaistanleveyden s-tason arvo (bilin. m. kaavat)
wb=2/T*tan((2*pi*WB)/(2/T));
% piikkisuodatinta kontrolloivat parametrit
ab=(1-tan(wb*T/2))/(1+tan(wb*T/2));
d=-cos(pi*WC);
% all-pass lohkon siirtofunktion osoittaja ja nim.
B=[ab d*(1+ab) 1];
A=[1  d*(1+ab) ab];
% kokonaisjärjestelmän siirtof. (ks.lohkokaavio 17)
BB=0.5*(A+B) + 0.5*V0*(A-B);
AA=A;
% plotataan taajuusvaste
freqz(BB,AA);
```

Parametriset suodinrakenteet (IIR)

Regalia-suodatin: piikkisuodatin

- Plotattu taajuusvaste:



5 Kvantisoinnin vaikutuksia

- Rajoitettu sananpituus johtaa erityyppisiin kvantisointivirheisiin
  - *sananpituus*: kuinka monta bittiä käytetään esittämään yhtä näytettä tai yhtä suodinkertoimen arvoa
- *Suodinkertoimien* kvantisointi
  - → aiheuttaa lineaarista vääristymää, joka näkyy poikkeamana ideaalisesta taajuusvasteesta, hallittavissa oleva ja melko pieni ongelma
- *Signaaliarvojen* kvantisointi IIR-suodattimen sisällä (suodattimen tila)
  - IIR-suodattimessa tehdään takaisinkytkentää...
  - → kvantisointi määrää maksimaalisen dynaamisen alueen
  - → kohinakäyttäytyminen (suodattimen sisällä tapahtuvat pyöristykset)
  - → limit-syklit: jaksollisia prosesseja suodattimessa, jotka johtuvat suotimen tilamuuttujien kvantisoinnista
    - häiriöt ovat erittäin häiritseviä kapeakaistaisuutensa (sinimäisyytensä) takia
    - tyypit: ylivuotosyksi (→ skaalaus kuntoon), pienen mittakaavan sykli sisääntulon vaimetessa (→ ditheröinti), signaalin kanssa korreloiva sykli

Kvantisoinnin vaikutuksia

- Käytännön vinkki: esim. *C*-kielessä suodattimen kertoimet ja suodattimen tila kannattaa olla tyyppiä double, riippumatta siitä että itse signaali olisi esim. tyyppiä float, tai jopa byte
- Keskittymällä jo suodattimen suunnittelussa sananpituuden minimointiin, saadaan kvantisoinnista aiheutuvia häiriöitä vähennettyä pienemmälläkin sananpituudella (ei käsitellä tällä kurssilla)