

1. Suunnittele rekursiivinen algoritmi $\text{TOSI}(\ell, \mathcal{M})$, joka palauttaa arvon `true` jos ja vain jos lause ℓ on tosi mallissa \mathcal{M} , missä \mathcal{M} antaa totuusarvon kaikille propositiosymboleille lauseessa ℓ . Algoritmin tulee olla lauseen pituuden suhteen lineaariaikainen.
2. Todista seuraavat väittämät
 - (a) α on validi joss $\mathbf{T} \models \alpha$;
 - (b) Mille tahansa α , $\mathbf{E} \models \alpha$;
 - (c) $\alpha \models \beta$ joss lause $(\alpha \Rightarrow \beta)$ on validi;
 - (d) $\alpha \equiv \beta$ joss lause $(\alpha \Leftrightarrow \beta)$ on validi.
3. Tarkastellaan tilannetta, jossa on vain neljä propositiosymbolia A, B, C ja D . Montako mallia seuraavilla lauseilla on (monessako ne ovat tosia)?
 - (a) $(A \wedge B) \vee (B \wedge C)$;
 - (b) $A \vee B$;
 - (c) $A \Leftrightarrow B \Leftrightarrow C$.
4. Resoluution soveltaminen edellyttää lauseiden muuntamista konjuktiiviseen normaalimuotoon (CNF). Kaikki lauseet voidaan muuntaa ekvivalenteiksi 3-CNF lauseiksi. Muunna oheinen esimerkkipelin sääntö 3-CNF-muotoon:

$$R_3 : V_{2,1} \Leftrightarrow (K_{1,1} \vee K_{2,2} \vee K_{3,1}).$$

5. Määrittele tarvittavat predikaatit ja ilmaise oheiset lauseet predikaattilogiikalla.
 - (a) Jotkin opiskelijat lukivat ranskaa keväällä 2009.
 - (b) Kaikki ranskanlukijat läpäisivät kurssin.
 - (c) Vain yksi oppilas luki kiinaa keväällä 2009.
 - (d) Kiinanlukijoiden paras arvosana on aina parempi kuin ranskanlukijoiden paras arvosana.
 - (e) Eräs parturi ajaa kaikkien niiden kaupungin miesten parran, jotka eivät itse aja partaansa.
 - (f) Britanniassa syntynyt henkilö, jonka molemmat vanhemmat ovat Britannian kansalaisia tai pysyviä asukkeja, on syntyjään Britannian kansalainen.
 - (g) Britannian ulkopuolella syntynyt henkilö, jonka toinen vanhemmista on syntyjään Britannian kansalainen, on perinnöltään Britannian kansalainen.
 - (h) Poliitikot voivat huijata joitain ihmisiä kaiken aikaa ja he voivat huijata kaikkia ihmisiä jonkin aikaa, mutta eivät pysty huijaamaan kaikkia ihmisiä kaiken aikaa.