TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO
Ohjelmistotekniikan laitos

OHJ-2550 **Tekoäly** Laskuharjoitus 7
prof. Tapio Elomaa 16. 4. 2009

1. *Pietarin paradoksissa* heitetään kolikkoa toistuvasti kunnes tulee kruuna. Jos kruuna tulee heitolla n, niin voitat 2^n euroa.
   (a) Osoita, että tämän pelin odotettu rahallinen arvo on ääretön.
   (b) Oletetaan, että rahan hyötyarvo on logaritminen: $U(S_n) = a \log_2 n + b$, missä S_n on tila, joka vastaa varallisuutta n euroa. Mikä on pelin hyötyarvo tämän oletuksen vallitessa?
   (c) Jos alkupääoma on k euroa, niin mikä on korkein summa, joka olisi rationaalista maksaa peliin päästäkseen?

2. Osoita, että lisäinformaation E_j arvo $\mathrm{VPI}_E(E_j)$ on aina ei-negatiivinen ja järjestysvapaa. Miksi silti on mahdollista tehdä huonompia päätöksiä lisäinformaatiota saatuaan kuin ennen sitä?

3. Mitkä ruudut voidaan saavuttaa alkutilasta luentojen stokastisessa 4×3 ruudukkomaailmassa toimintojonolla $[Y, Y, O, O, O]$? Mitkä ovat näiden ruutujen saavuttamistodennäköisyydet?

4. Määritellään tilajonon hyödyksi siihen kuuluvien tilojen maksimipalkkio. Osoita, että tämä hyötyfunktio ei johda stationääriseen tilajonojen preferoimiseen.

5. Tarkastellaan Markov-päätösongelmaa ilman diskonttausta, jossa on kolme tilaa (1, 2 ja 3) ja niillä palkkiot -1, -2 ja 0. Tila 3 on lopputila ja tiloissa 1 ja 2 on käytössä toiminnot a ja b, joiden siirtymämalli on:

   - tilassa 1 toiminto a siirtää agentin tilaan 2 todennäköisyydellä 0.8 ja tn.:llä 0.2 agentti pysyy paikoillaan;
   - tilassa 2 toiminto a siirtää agentin tilaan 1 tn.:llä 0.8 ja tn.:llä 0.2 agentti pysyy paikoillaan;
   - toiminto b (tiloissa 1 ja 2) siirtää agentin tilaan 3 tn.:llä 0.1 ja tn.:llä 0.9 agentti pysyy paikoillaan.

   (a) Sovella politiikan iterointia tähän ongelmaan optimaalisen politiikan määräämiseksi. Käy läpi kaikki välivaiheet ja laske tilojen 1 ja 2 hyötyarvot, kun lähtöpolitiikka on toiminto b tiloissa 1 ja 2.
   (b) Mitä tapahtuu jos lähtöpolitiikassa on toiminto a tiloissa 1 ja 2? Olisiko diskonttauksesta apua?