TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO
Ohjelmistotekniikan laitos

OHJ-2300 **Johdatus tietojenkäsittelyteoriaan** Laskuharjoitus 5
prof. Tapio Elomaa 13. 10. 2008

1. (a) Osoita, että mikä tahansa päätösongelma, jolla on vain äärellinen joukko mahdollisia tapauksia, on ratkeava.

   (b) Osoita, että päätösongelma "esiintyykö luvun π desimaalikehitelmässä jossakin kohden sata nollaa" on ratkeava. Mitä tuloksesi kertoo

      i. π:n desimaalikehitelmästä,
      ii. ratkeavuuden ja ratkeamattomuuden käsitteistä?

2. Todista lause 5.2: rekursiivisesti lueteltavien kielten joukko on suljettu yhdisteiden ja leikkausten suhteen. (*Vihje*: Jäljittele lauseen 5.3 todistusta.) Miksi lauseen 5.1(i) todistuksessa hyväksi käytettyä hyväksyvien ja hylkäävien lopputilojen vaihtamista ei voida käyttää osoittamaan, että luokka olisi suljettu myös komplementtien suhteen?

3. Mikä on kanonisessa järjestyksessä ensimmäinen binäärijono c, jolla luennoilla esitetyssä Turingin koneiden koodauksessa on $L(M_c) \neq \emptyset$? Onko tällä c voimassa $c \in L(M_c)$?

4. Olkoon $\mathbf{B}$ kaikkien äärettömien $\{ 0, 1 \}$-jonojen joukko. Osoita diagonalisointitekniikalla, että $\mathbf{B}$ on ylinumeroituva.

5. Osoita, että $T = \{ (i, j, k) \mid i, j, k \in \mathbb{N} \}$ on numeroituva.

6. Osoita, että lemman 5.5 diagonaalikielen D komplementti $\overline{D}$ on rekursiivisesti lueteltava. (*Vihje*: Voit käyttää hyväksesi Turingin konetta M_{DUP}, joka kirjoittaa syötejonon perään sen kopion (esim. syötejono abb muutetaan muotoon $abbabb$), ja lauseen 5.6 todistuksessa esitettyä universaalikonetta M_U.)