TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO
Ohjelmistotekniikan laitos

OHJ-2300 **Johdatus tietojenkäsittelyteoriaan** — Laskuharjoitus 9

prof. Tapio Elomaa — 10. 11. 2008

1. Muodosta polynominen palautus KLIKKI-ongelmasta solmupeiteongelmaan (VC). (Ohje: Tarkastele KLIKKI-ongelman tapaukseen kuuluvan verkon G rinnalla sen komplementtiverkkoa $\overline{G}$, joka sisältää samat solmut kuin G, mutta tietyn kaaren jos ja vain jos vastaava kaari puuttuu G:stä.)

2. Osoita, että 3SAT ongelma voidaan palauttaa KLIKKI-ongelmaan polynomisesti. (Ohje: Kutakin 3-cnf kaavan tekijää kohti muodosta sen literaaleja vastaavat kolme solmua verkkoon. Kytke kaikki muut solmut toisiinsa paitsi saman tekijän solmut ja vastakkaisia literaaleja (esim. x_1 ja $\overline{x}_1$) vastaavat solmut.)

3. Osoita, että seuraava "edustajien valintaongelma" on NP-täydellinen.

   Edustajien valinta (engl. Hitting Set): Annettu kokoelma äärellisen perusjoukon S osajoukkoja $C_1, \ldots, C_n$ sekä luonnollinen luku $k \leq n$. Voidaanko joukosta S valita sellaiset enintään k alkiota, että valittujen alkioiden joukossa on ainakin yksi edustaja kustakin joukosta C_i, $i = 1, \ldots, n$? (Toisin sanoen: onko olemassa sellaista joukkoa $S' \subseteq S$, $|S'| \leq k$, että $S' \cap C_i \neq \emptyset$ kullakin C_i, $i = 1, \ldots, n$?)

   Ohje: Huomaa, että aiemmin NP-täydelliseksi osoitettu solmupeiteongelma voidaan tulkita tämän ongelman erikoistapaukseksi, missä kaikki joukot C_i ovat kaksialkioisia (verkon kaaret). Muodosta tarvittava palautus tämän havainnon perusteella.

4. Osoita, että seuraava "repunpakkausongelma"on NP-täydellinen.

   Repunpakkaus (engl. Knapsack): Annettu joukko "tavaroita" $e_1, \ldots, e_k$ ja niiden "koot" $s(e_1), \ldots, s(e_k)$ sekä "arvot" $v(e_1), \ldots, v(e_k)$ sekä luonnolliset luvut S ("repun tilavuus") ja V ("vähimmäisarvo"). Voidaanko tavaroiden joukosta valita sellainen osakokoelma $e'_1, \ldots, e'_r$, että

   $$s(e'_1) + \cdots + s(e'_r) \leq S \text{ ja } v(e'_1) + \cdots + v(e'_r) \leq V?$$

   Ohje: Muodosta palautus osajoukkosummasta, jonka saat olettaa NP-täydelliseksi. Valitse palautuksessa $s(e_i) = v(e_i) = n_i$ ja luvut S ja V sopivasti.